# A Problémamegoldás Megismerésének Magyar Módszere

Nagy Gyula
SZIE Ybl Miklós ÉTK
nagy.gyula@ybl.szie.hu

## Bevezető

„Többet lát egy ország természeti szépségeiből az az utas, aki tapasztalt vezető kíséretében, korszerűen megválasztott ösvényeken bejárja néhány legérdekesebb vidékét, mint az, aki végignyargal minden szélesre taposott országútján."
Lorand Eötvös
A cikk a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok már több mint 120 éve működő két fő alkotó elemét: a tanév során zajló versenyeit és a folyóiratot, ezek aktuális fejlesztéseit, és legfőként gondolkodást, problémamegoldást fejlesztő küldetését mutatja be. A problémamegoldás fejlesztésében elért eredmények igazolásához hivatkozunk nemzetközileg elismert tudósaink eredményeire, néhányuk életművére, ezeket ismertnek tételezzük fel. Bemutatjuk az egyes alkotóelemek működését. Levonunk néhány következtetést az elmúlt néhány évben készítetett adatbázisok lekérdezése során kapott eredményekről. Általában kiváló problémamegoldók kerülnek ki a speciális osztályokból. Többnyire azért, mert tehetséges diákok járnak oda, és nem mellékesen azért, mert nagyon jól gondolkodó, a problémamegoldásban is sikeres tanárok tanítják őket. Természetesen más iskolákra is igaz lehet az előző állítás. A tehetség definíciója vitatott, nem célunk, hogy ezt itt meghatározzuk, szerintünk a következő Carl Seelig-nek 1952-ben írt Einstein idézettel lehet közelíteni e fogalmat a tudomány vonatkozásában: Nem vagyok különösebben tehetséges, csak szenvedélyesen kíváncsi.
Az, hogy hogyan válik egy diák jó problémamegoldóvá, összetett probléma, erre szeretnénk egy igazán gyümölcsöző utat mutatni. Matematikai, természettudományos, műszaki területről megkérdezve sikeres diákokat, végzett szakembereket, minek köszönhetik a sikereiket, az iskolák mellett a közép európai gyökerekkel rendelkezők közül nagyon sokan megemlítik a KöMaL-t is. Mielőtt részletesen erre térnénk ki, szükséges megemlítenünk a az Eötvös, illetve Kürschák versenyt, mert a középiskolás korúak matematika, fizika tudását , problémamegoldó készségét hagyományosan a legjobban ezek a versenyek mérik. E versenyeken viszont csak akkor lehet jól teljesíteni, ha valaki nagyon keményen dolgozik, ehhez a Lap adja a legszélesebb körű támogatást. Történetileg is nagyon közel állnak egymáshoz.

## Eötvös majd Kürschák verseny és a Matematikai versenytételek

Talán a legismertebb problémagyűjtemény a több részletben és több kiadásban is megjelent Kürschák által írt könyv, amit Neukomm Gyula, Hajós György és Surányi János [Matematikai versenytételek] átdolgozott, folytatott, majd az utóbbi szerző tovább folytatott egészen az 1997. év versenyéig.
Ezeken a versenyeken korábban még ki nem tűzött három matematika, bizonyos években párhuzamosan futó versenyként három fizika feladatot lehetett megoldani. A versenybizottság mindig ügyelt arra, hogy a feladatok ötletesek legyenek, legfeljebb a középiskolai tananyaghoz tartozó ismereteket tartalmazzanak. Mivel a verseny egyetlen fordulóból áll, a három feladatnak alkalmasnak kell lennie arra, hogy kiválassza és rangsorolja az ország legjobb problémamegoldóit.
Megállapíthatjuk, hogy a kitűzött feladatok jól specifikáltak, nincsenek közöttük félreérthető, szinte hibátlanok. Egy kivételről beszámolok, különösen mert újabb eredményekkel gazdagította a matematikát. 1948-ban második feladatként tűzték ki következőt: *Igazoljuk, hogy egyetlen olyan poliéder létezik, amelynek nincs átlója, (azaz*

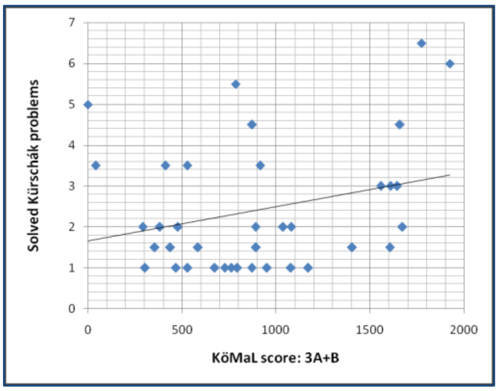
*bármely két csúcsát él köti össze) és ez a tetraéder.* Az állítás egyszerű poliéderre igaz, tehát olyanokra, amelyek topológiailag a gömbnek felelnek meg. A versenyen nem sikerült jó megoldást adni, de hamarosan Császár talált egy róla elnevezett ellenpéldát, amely topológiailag egy tórusznak felel meg. (Császár, 13 (1949-50)) (Gardner, 1975) A probléma nyomtatásban végül csak konvex poliéderre lett kitűzve, mert a bizottság valószínűleg eredendően is így akarta.

Gondolhatnánk, hogy a verseny nyertesei közül mindenki kutató lett, részletes leírás található (Radnai, 1994/11.) (Surányi, A 100-adik Kürschák József Matematikai Tanulóverseny, 2004) munkákban az Eötvös és Kürschák versenyeken jól szereplő diákokról. Fentebb említettük, hogy a versenyen időszakonként fizikai problémákat is kitűztek és egy idő után a két verseny szétvált. Mindössze három olyan diák volt, aki azonos évben egyszerre a legszínvonalasabb matematika és a fizika versenyt megnyerte: Teller Ede, Bakos Tibor és Kós Géza. Tellert valószínűleg nem kell bemutatni, utóbbiaknak szerkesztőként nagyon sokat köszönhet a KöMaL.
Nem mindegyik kiváló matematikusunk volt eredményes versenyző. Annyit megjegyezhetünk, hogy egy verseny feltételei különbözőképpen befolyásolják a diákok aktuális problémamegoldó képességét, teljesítményét.
1962-ből származik a Kürschák-verseny következő feladata: *Bizonyítsuk be, hogy egy konvex n-szög átlói közül nem lehet n-nél többet úgy kiválasztani, hogy bármely kettőnek legyen közös pontja!*
Az eredményhirdetésen a versenybizottság elnöke, Hajós a következő nagyon tömör, elegáns megoldást ismertette: „A konvex n-szög alakja nem számít, feltehető tehát, hogy szabályos. Ebben az átlók iránya n-féle, legfeljebb ennyi tehát a páronként metszők száma is.” (Fleiner, 2010) Bolyai János fogalmazta hasonló tömörséggel Abszolút Geometriáját az Appendix oldalain. Természetesen ez a tömör megoldás csak azon szakmabeliek számára érthető, akik a három közölt állítás közül mindegyiknek a megértéséhez szükséges előismeretekkel rendelkeznek. Még egy matematikusnak is nagyon át kell gondolnia az egyes tagmondatokat a megoldás megértéséhez, egy átlagos középiskolásnak ez reménytelen feladat lenne. Nem véletlen, hogy a feladatra adott három megoldás mindegyike jóval terjedelmesebb a Matematikai Versenytételek eredeti változatában.
„Naiv dolog lenne azt állítani, hogy én őt tanítottam. …hetenként egyszer-kétszer összejöttünk Neumann-nal, teáztunk, matematikáról beszélgettünk, hogy milyen problémák léteznek a halmazelméletben, integrálelméletben és más témakörökben. Neumann pillanatok alatt felfogta a dolgok jelentőségét, s egy hét múlva már kész, saját eredményekkel állt elő.”
Szegő mondataiból kiderül, hogy Neumann tőle is kapott instrukciókat a lehetséges matematikai fejlődési irányok vonatkozásában. Sok tanár szeretne ilyen diákot, és természetesen sokan félnek is a túl okos diáktól; ez még Pólyával (Pólya, 1945) is előfordult: „Ő volt az egyetlen diákom, akitől féltem. Nagyon gyors volt. Egy szemináriumot tartottam haladó diákok számára Zürichben, amelyen Neumann is részt vett. Egy bizonyos tételhez érve megjegyeztem, hogy ez még nem bizonyított, és lehet, hogy nehéz a bizonyítása. Neumann nem szólt egy szót sem, de öt perc múlva jelentkezett. Amikor felszólítottam, akkor a táblához ment, és felírta a bizonyítást. Ettől kezdve féltem tőle.” Mit tehet egy ilyen diákkal megáldott tanár? Hasznos elfoglaltságot kell találni.

# Kell egy Grund

Ahol a lelkes fiatal kihívásokkal kerül szembe, ismereteihez illeszkedő problémákat old meg, hasonló képességekkel rendelkezőkkel verseng, és leginkább fejlődik, különösen a gondolkodásban. Egy a Pál utcaihoz hasonló intézményre, esetünkben egy Lapra és annak szellemi erejére tud támaszkodni. Hogyan tudjuk segíteni a problémamegoldó gondolkodást? Milyenek a megfelelő problémák? A tapasztalt mesterek válasza egyszerű: olyan nehézségű feladatokat kell találnunk számára, amelyet a tanuló még éppen meg tud oldani. A mester dolga, hogy ilyet mutasson. Ha nincs megfelelő mester (és egy idő után már nem lesz, mert a jó tanítvány túlszárnyalja mesterét), akkor, és persze már korábban is sok problémát kell megoldani, amik között biztosan lesznek olyanok is, amelyek segítenek gondolkodásunk fejlesztésében, mert elegendően nehezek, és mégis megoldhatók. Így gazdagodunk a megoldási módszerekben, gondolkodási sémáink száma nő, bonyolultságuk, összetettségük szintén, a sémák száma persze véges. (Mérő, 2002). Egy idő után ezek a sémák gondolati képekké, mechanizmusokká állnak össze (Hadamard, 1996), amelyek segítenek bennünket a kitűzött feladatok megoldásában.

A megfelelő problémák felkínálásában kivételes szerepet jut a KöMaL-nak. Három bizottsága huszonnégy, az oktatás, kutatás iránt elkötelezett egyetemi, középiskolai oktatóból áll. Ők küldik a kitűzendő feladatok zömét. Olvasóink havonta közel 10 feladatot küldenek be. A feladatok kiválasztása, specifikálása a megfelelő bizottság feladata. Így versenyzőink számára a kihívást jelentő feladatot nem egyetlen ember, hanem egy szakértőkből álló csapat állítja elő.
Tekintsük a következő táblázatot, amely azt mutatja, hogy a Lapban kitűzött feladatok megoldásának eredményessége mennyiben segíti a korábbi fejezetben ismertetett Kürschák versenyen az eredményes részvételt. Azt mérjük tehát, hogy aki folyamatosan dolgozik a lapban, az mennyire eredményes a legszínvonalasabb matematika versenyünkön. A táblázat az utóbbi 5 év Kürschák versenyeinek első 10 helyezettjei által megoldott feladatokért kapott pontok számát ábrázolja a KöMaL pontversenyében szerzett pontok függvényében. A vízszintes tengelyen a Lap A és B pontversenyében több éven keresztül megoldott feladatokért szerzett pontok számát úgy állapítottuk meg, hogy a nehezebb A feladatokért kapott pontokat háromszoros súllyal vettük, mert a megoldásuk legalább ekkora energia, idő ráfordítást igényel, természetesen, akkor, ha a versenyző egyáltalán képes a feladat megoldására. A grafikonon látható trendvonal bizonyos értelemben mutatja a KöMaL pontversenyének eredményességét. A vízszintes tengely közepén 1000 pont kb. azonos mennyiségű munkaórának felel meg, ez a trendvonalat tekintve 2,5 Kürschák feladat megoldásának felel meg.



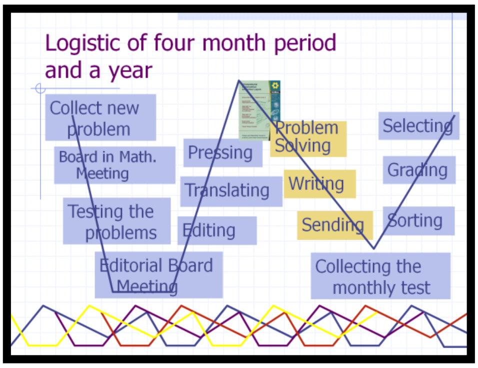

A három feladatnál többet teljesítők legalább két versenyen is részt vettek, a 6,5 pontot elért versenyző 3 versenyen is részt vett. A grafikon bal szélén levő ponthoz tartozó versenyző két alkalommal is eredményesen szerepelt a Kürschák versenyen, annak ellenére, hogy a Lap matematika versenyében nem vett részt, ám a fizika versennyel ő is próbálkozott. Megkérdeztük miért nem csinálta KöMaL-t. Természetesen oldott meg nehéz A feladatokat, csak éppen nem küldte be a megoldásokat. A versenyzők ezt a mozzanatot,és a feladatat leírását szeretik a legkevésbé. Az eredményes Kürschák szerepléshez természetesen nem elegendő csak a KöMaL pontversenyében való eredményes részvétel, hiszen ahhoz egyéb összetevők is kellenek, mint azt a bevezető fejezetben már említettük. Nem említettük viszont Pósa Lajost, a MaMuT-ot, valamint az Erdős Pál Matematikai Tehetséggondozó Iskolát, amelyekben tábori körülmények között folyik nagyon színvonalas tehetséggondozás, e cikkben e táborok munkájára nem térünk ki.

# A KöMaL nagyon rövid története

1893-1896: Arany Dániel mutatványszámot jelentet meg decemberben, és szerkeszti a sikeres bár financiális gondokkal küzdő Lapot.
1896-1914: Rátz László a Fasori Gimnázium tanára lesz a lap kiadója és szerkesztője is egyben. Legsikeresebb tanítványai Neumann és Wigner nem szerepelnek a megoldók között, mert a Lap az I. Világháború alatt nem jelent meg, azonban Rátz oktatása során nyilván használta a lapban korábban megjelent feladatokat, hiszen azokat feladatgyűjteményben is megjelentette. Rátz Lapokkal kapcsolatos tevékenységére szeretnénk felhívni az olvasóink figyelmét, ezért idézünk Mikola Sándor beszédéből, amely a Fasori Gimnázium értesítőjében jelent meg. „…A mathematikai tanítás reformjánál is mélyebb az a hatás, melyet Rátz László a Középiskolai Mathematikai Lapok révén az ország mathematikai tanítására kifejtett. 20 éven át szerkesztette e lapot. Teljesen önzetlenül csinálta, sem állami, sem másféle segítséget sehonnan sem kapott (de nem is kért), sőt a lap kiadására tetemes összegeket is áldozott. A legnagyobb gonddal válogatta meg a kis folyóirat cikkeit és feladatait, hogy a tanulókban a mathematikai problémák iránt való érdeklődést fölkeltse és az igazi mathematikai gondolkozási mód magvait elhintse. Még nagyobb gonddal és lelkiismeretséggel olvasta át és bírálta meg az ország minden részéből beérkező megoldásokat. Nagy éleslátással mindenkor fel tudta ismerni az igazi tehetségeket, úgyhogy méltán dicsekedhetnék azzal, hogy mindazok, akik az egyetemeken

és a főiskolákon mint kiváló mathematikusok kitűntek, majdnem kivétel nélkül az ő lapjának szűkebb gárdájából kerültek ki…” A pontversenyben más tudományok jeles képviselői is kiváló eredményeket értek el, közülük Kármán Tódor (1881-1963) és Harsányi János (1920-2000) nevét feltétlenül meg kell említenünk.

1925-1939: Utóbbi már az első világháborút követő zűrzavar után versenyzett a Faragó Andor által újraindított és szerkesztett folyóiratban. A lap céljának a matematikai gondolkodás fejlesztését, a természeti ismeretek gyarapítását tartotta. Erre az időszakra esik nagyon sok kiváló matematikusunk KöMaL-os karrierje. A legismertebb nevek: Turán Pál (1910-1976), Hajós György (1912-1972), Erdős Pál (1913-1996) és Rényi Alfréd (1921-1970). Arany Dániel az alapító, Faragó Andor és a Lap is a Második Világháború és a zsidóüldözés áldozatai lettek.
A második világháború után dr. Soós Paula szegedi matematika tanárnő fiatal tanár kollégája, Surányi János segítségével elindította a saját terjesztésű stencilezett Szegedi Íveket, amellyel a Középiskolai Matematikai Lapok harmadszorra is újra indult. Céljukat így fogalmazták meg: "A középiskolai matematikai képzés kiegészítésére szerkesztjük a lapot, az átlag érdeklődésű tanulóknak kellemes élményt szerezni. Az összefüggések felismerésében erősíteni őket, valamint a megoldások közlésével gondolataik világos, szabatos kifejezését segíteni." Ma sem kívánhatunk e céloknál nemesebbeket. E gondolatokat szem előtt tartva a korábbi években Surányi János irányító munkáját segítette, illetve folytatta Neukomm Gyula, Bakos Tibor, Bodó Zalán, Kunfalvi Rezső, Szőkefalvi-Nagy Ágnes, Tusnády Gábor, Fried Ervinné, Csirmaz László, Pataki János, Lugosi Erzsébet, Oláh Vera. Nehéz lenne kiemelni a II. világháború utáni megoldók közül néhányat, hiszen matematikusaink és fizikusaink majdnem mindegyike résztvevője volt a pontversenynek. Ezt támasztja alá Staar Gyula Matematikusok és teremtett világuk című könyve, valamint a Róka Sándor szerkesztésében megjelent Miért lettem matematikus című gyűjtemény.




Rátz idejében a Lap megoldóinak létszáma elérte a 200-at, a jelenlegi létszám ennél egy nagyságrenddel nagyobb. A versennyel, illetve a szerkesztéssel járó adminisztráció szemléltetésére lássuk a következő ábrát. Az angol nyelvű dia alján a különböző színű görbék mutatják, hogy kilenc versenyt rendezünk egyetlen év alatt úgy, hogy bizonyozos időszakokban, az átfedések miatt párhuzamosan négy versennyel kell foglalkoznunk. „Ezért teljesen érthető miért lehetett könnyen átültetni a Kürschák versenyt, amíg a KöMaL magyar specialitás maradt.” mondta Berzsenyi György, aki több tehetséggondozó versenyt honosított meg az Egyesült Államokban.

# A KöMaL pontversenyei

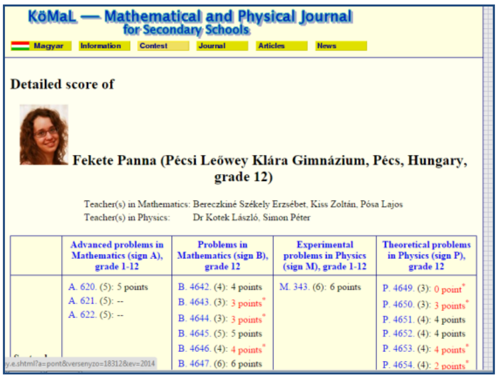
Lapunkban matematika, fizika és folyamatosan már 15 éve számítástechnika verseny is található. A matematika bizottságot Hermann Péter, a fizika bizottságot Radnai Gyula vezeti, a lap fizika részét Gnädig Péter szerkeszti, a számítástechnika rovatot Schmieder László felügyeli.

A bizottságok és aszerkesztők munkája jól követhető az ábrán. A versenyzőknek közel egy hónap áll rendelkezésükre, hogy megoldják a feladatokat. A megoldások nagy része már elektronikusan érkezik a szerkesztőségbe. A sikeres versenyzéshez nem kell minden példát megoldani. Nagy kitartás kell a rendszeres munkához. Egyetemi hallgatók szortírozzák, javítják, értékelik a feladatokat, a szerkesztők átnézik a javítást. A beküldött feladatok megoldásai alapján mintamegoldást írnak a lapba. A legjobbak nevét megjelentetjük a feladat megoldásánál. Az eredmények havonta automatikusan összegződnek, és mindenki megtekintheti a KöMaL http://www.komal.hu honlapján a nevéhez tartozó oldalon az addig összegyűlt pontjait, pillanatnyi helyezését tantárgyanként és kategóriánként is - hiszen vannak olyan versenyzők, akik mindhárom tantárgyból küldenek be feladatokat.

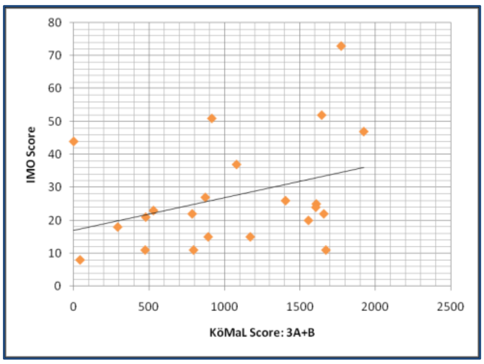
A jó helyezést elértek fényképét a lapban megjelentetjük, és jutalmazzuk őket. A díjak átadása ünnepélyes keretek között a két napos Ifjúsági Ankétunkon történik. Az ankét előadói között akadémikusok, egyetemi és középiskolai tanárok, valamint a tudomány más jeles képviselői is megtalálhatók. A verseny országosan elterjedt. Versenyzőink az ország több mint száz településének, több mint kétszáz középiskolájából küldtek be megoldásokat. A nemzetközi diákolimpiák résztvevői a legjobb helyeken szerepelnek a pontversenyünkben. Több mint húsz határon túli városból voltak megoldóink, angolul is kapunk megoldásokat. Megnyugtató érzés, hogy az otthon elkészített megoldások alapján zajló egész éves versenyünk eredménye egybecseng a zárt helyen zajló néhány órás versenyek eredményeivel, például a Kürschák-verseny, vagy az Eötvös-verseny eredményével.

A lap megjelenését és a széleskörű jutalmazást részben a Matfund Alapítványon keresztül az Oktatási Minisztérium, az Ericsson Magyarország Rt., az Europrofil Kft., a Neumann János Számítógép-tudományi Társaság, a Metropolis Alapítvány (USA), valamint magánszemélyek személyi jövedelemadójuk 1 %-ával is támogatják. Az Eötvös Loránd Tudományegyetem támogatása szellemieken kívül természetben is megnyilvánul: az irodánk és esetenként előadótermek biztosításával.

Pelikán József a magyar IMO csapat vezetője így emlékezik: „…Hetedikben aztán beneveztem és néhány megoldást beküldtem … sokkal jobban szerettem - édesapám bánatára - focizni, mint megoldásokat körmölgetni…Változást csak az hozott, mikor először megláttam a nevem nyomtatásban, hirtelen eleven valóság lett: van értelme dolgozni, van visszajelzés… Rengeteget tanultunk egymástól és erős (de mindig baráti) versengés indult meg, pl. KöMaL megoldások ügyében, többek közt Lovász Lászlóval…Közben nagyon keményen dolgoztam. Délben hazamentem az iskolából és gyors ebéd után nekiültem matematikát csinálni estig - ez ment napról-napra, hétről-hétre, hónapról-hónapra. Így megtörtént a csoda: már elsős (9. osztály) korunkban kijutottunk (Lovász és én) a Nemzetközi Matematikai Diákolimpiára…”. (Pelikán & Lovász, 1993/December)




A visszajelzést sikerült felgyorsítanunk: az értékelést követően a pontszám azonnal megjelenik a versenyző eredményei között, és azt bárki megtekintheti, amennyiben a versenyző nem korlátozta ezt a lehetőséget.
Érdemes összehasonlítanunk a pontversenyünkben elért eredményeket az IMO csapatunk eredményeivel. A táblázat az utóbbi 5 év IMO eredményeit ábrázolja a KöMaL pontversenyében szerzett pontok függvényében. A vízszintes tengelyen a Lap A és B pontversenyében több éven keresztül megoldott feladatokért szerzett pontok számát szintén úgy állapítottuk meg, hogy a nehezebb A feladatokért kapott pontokat háromszoros súllyal vettük. A grafikonon látható trendvonal az előzőnél szignifikánsabb és ez esetben is jól mutatja a KöMaL pontversenyének eredményességét. A vízszintes tengely közepén 1000 pont kb. azonos mennyiségű munkaórának felel meg, ez a trendvonalat tekintve 27-28 pontnak felel meg, ami általában nagyon közel esik az aranyérem alsó határához.
A 42 pontnál többet teljesítők legalább két versenyen is részt vettek. Az eredményes IMO szerepléshez természetesen nem elegendő csak a KöMaL pontversenyében való eredményes részvétel, hiszen ahhoz néhány jó tanár és egyéb összetevők is kellenek, mint azt a bevezető fejezetben már említettük. Elmondhatjuk a két grafikon ismeretében, hogy a kiugró teljesítmények eléréséhez tehetséggel megáldott diákjainknak is komoly áldozatokra van szüksége. Ezt természetesen eddig is tudtuk, most viszont már azt is tudjuk, hogy van olyan médium, amelyik partner ebben a munkában. A pontverseny egyes



évfolyamán megoldott 60-120, különleges esetekben még ennél is több feladat megtanít bennünket a problémamegoldó gondolkodás képességére, és ezzel bármikor használható, értékes tudásra teszünk szert, amely a versenyek elmúltával is különleges eredményeket generálnak. Talán a legjobb tanács, amit minden problémamegoldónak tudnia kell szintén Pólyától származik: "Ha egy problémával nem boldogulsz, keress egy egyszerűbbet, amit meg tudsz oldani."

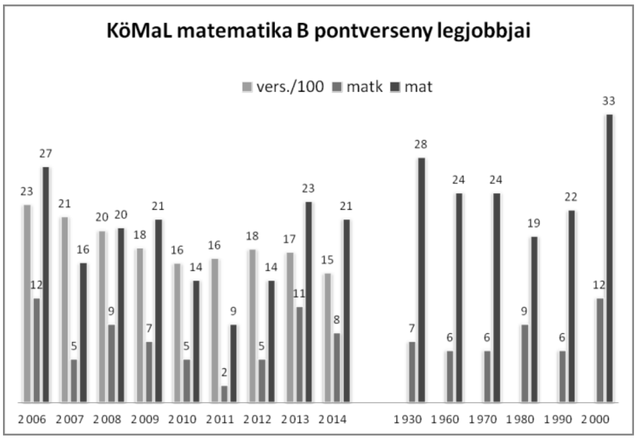
Versenyünk és Lapunk fő támogatói a MATFUND alapítványon keresztül segítikmunkánkat. Egyéni támogatóink és azok akik a támogatások megszerzésében segítettek többnyire korábbi legjobb megoldóink közül kerülnek ki: Bor Zsolt, Császár Ákos, Dobos Krisztina, Bollobás Béla, Fodor István, Friedler Ferenc, Földes Tamás, Knuth Ábel, Laczkó László, Lovász László, Pálinkás József, Vicsek Tamás. A lap megjelenését és a széleskörű jutalmazást az Oktatási kormányzat, az Ericsson Magyarország Rt., valamint magánszemélyek személyi jövedelemadójuk 1 %-ával is támogatják. Az Eötvös Loránd Tudományegyetem támogatása szellemieken kívül természetben is megnyilvánul: az irodánk és esetenként előadótermek biztosításával.

# A Lap

A cikkek válogatásánál, szerkesztésénél Leibniz gondolatait szeretnénk követni, hiszen középiskolások számára érthető, élvezhető publikációt szeretnénk megjelentetni: "…Úgy írtam, hogy az olvasó mindig észrevehesse a tanultak belső indítékait, sőt lássa a felfedezés forrásait, és úgy érthessen meg mindent, mintha azt saját maga fedezte volna fel…." Próbáljuk ábrákkal, képekkel érthetőbbé tenni közlendőinket, szemléletessé tenni a megoldások, bizonyítások gondolatmenetét. Még középiskolás korában megjelent egy cikk Erdőstől a magasabb rendű számtani sorozatokról. Ebben a definíció, a differenciák közötti összefüggések tisztázása után, ti. hogy a differenciák az eggyel alacsonyabb rendű differenciák különbségei, majd a köbszámok szerepelnek numerikus példaként, és a következő általános felírásból fogalmaz sejtést, majd teljes indukcióval bizonyít.
Erdősnek későbbi cikkei is jelentek meg a lapban, ezekben olyan problémáit publikálta, amelyek különösen alkalmasak arra, hogy megragadják fiatal tehetségek figyelmét, mert e problémák természetesek, könnyen érthetők, mégis megoldatlanok. Egy ilyen cikkről beszél Lovász nagy elragadtatással: „…Az egyik első számban, ami kezembe került, Erdős Pálnak volt egy cikke kombinatorikus geometriáról. Nagyon meglepett, és föl is lelkesített, hogy meg tudom érteni, amin nagy matematikusok gondolkodnak, és hogy milyen sok szép, nehéz, megoldatlan kérdést lát az ember, ha egy kicsit körülnéz, még egy olyan klasszikus területen is, mint a geometria. A cikket legalább hússzor végigolvastam…." (Pelikán J. L., 1993/December)

A számítógépes háttér, valamint a KöMaL honlap megteremtése Kós Géza munkája. A honlap karbantartása mellett sok egyéb, informatikához kapcsolódó feladatunk is van: e-mailen kapott megoldások nyomtatása; a versenyzők pontjainak adatbázisban történő rögzítése; a napi levelezés intézése; az egyes számok tördelése, a legújabb szám részleges nyomdai előkészítése; feladatok és cikkek ellenőrzése az archívumban, hogy nem jelent-e meg korábban hasonló a Lapban; az archívum állandó frissítése. A KöMaL egyes számainak archívuma, megtalálható honlapunkon. Az archívum több mint harmincötezer oldalt tartalmaz, lehet benne keresni időrend, téma, illetve a lapban megjelent nevek (szerzők, megoldók) szerint. A feladatokon és cikkeken kívül évtizedekre visszamenőleg nyomon követhetők a magyar matematika, fizika és számítástechnika oktatásában nagy szerepet játszó országos és nemzetközi versenyek. E versenyek közül a legrangosabbak bemutatására http://www.versenyvizsga.hu oldalt fejlesztettük. Ebben olyan "feladatbázist" hoztunk létre, amelyben talán először a képletekre is lehet keresni. Szeretnénk, ha a több mint száz éves anyag minél nagyobb része teljesen kereshető lenne, és elkészülne az összes feladat és megoldás angol fordítása is. A KöMaL archívum legszebb ékkövei a megoldók fényképei, célunk, hogy ezek minél jobb minőségben, hiánytalanul felkerüljenek honlapunkra.
A teljesség igénye nélkül szeretnénk megemlíteni munkatársainkat, akik a szerkesztői feladatokon felül is sokat tesznek azért, hogy a lap a mai tartalmában és formájában megjelenhessen: Gnädig Péter, Herman Péter, Kós Géza, Kulcsár Cecília, Miklós Ildikó, Ratkó Éva, Oláh Vera, Trásy Jolán.
A Fórumunk 211 témája közül az egyik leglátogatottabb a "A valaki mondja meg!" 1994 bejegyzéssel, és talán a leghasznosabb a „TeX - avagy tanuljunk szépen írni", amely TeX

tanulásának támogatására készült, egy nagyon jól használható gyakorló pálya. A munkafüzet felületet azért hoztuk létre, hogy bejelentkezve a versenyző kiválasztja a megoldani kívánt feladatot és már írhatja is a megoldását, akár TeX-ben is. Nagyon fontos , hogy a versenyzők minél korábban tanulják meg a publikálás szabályait, pontosan tanulják meg leírni gondolataikat, a leírás terjedjen ki minden részletre és mégis maradjon tömör és érthető. Katona frappánsan fogalmazta meg a publikációs kényszer, illetve a tudománymetria lényegét egy rádióműsorban: „Nem elég okosnak lenni, annak is kell látszani! … Elsősorban tanítványaimnak szoktam mondani, hogy nem elég az, hogyha nagyon okosakat kitalálnak, hanem azt el is kell adni. Szépen le kell írni,…”
A következő táblázatban az utóbbi években versenyzők létszámát ábrázoltuk, illetve matk-val jelöltük a KöMaL 11-dik osztályosok B versenyében a kiválóan teljesítőket (a megszerezhető pontszám legalább 80%-át érték el). A jól teljesítőket mat-tal jelöltük (a megszerezhető pontszám legalább 50%-át érték el, tartalmazza a matk csoportot is). A grafikon jobb oldalán a korábbi évek eredményeit ábrázoltuk, ezekhez az évekhez teljes versenyzői létszám megjelenítése további munkát igényel. Itt szeretném megköszönni Makay Géza és Mészáros Gergely kollégáinknak az adatok megkeresésében nyújtott segítségét.




A grafikonból leolvasható, hogy a Lap pontversenyében jól teljesítők száma 20 fő körül van, a kiválóan teljesítők száma pedig mindössze 8 fő körüli és volt is ezek a számok ugyan évente változnak, de nem számottevően. A versenyzői létszám az utóbbi 15 év során közel felére csökkent, a korfa ekkora csökkenést nem mutat, és a középiskolások száma sem csökkent ez idő alatt, így további kutatás szükséges az okok ,illetve a lehetséges következmények feltárására.
„Munkánkkal nem kizárólag a pozitív eredményeket hajszoljuk, amint a laikusok feltételezik, mert fáradozásaink célja ezenkívül az is, hogy ezen esztétikai érzelem hatása alá kerüljünk, s másokat is ezen hatás alá vonjunk.” Talán az idézett Poincaré gondolat foglalja össze legjobban a Csíkszentmihályi (Csikszentmihályi, 1986) által nevesített flow élményt, amely matematika művelése során leghatásosabban valószínűleg a Heuréka átélését nyújtja. Ez az érzés, amely egy alkotó matematikust a teremtés állapotába repít, és amelyet Bolyai apjának írt levelében nagyon tömören így fogalmaz meg: „Semmiből egy új más világot teremtettem.”
A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok a magyar matematika, fizika és számítástechnika tudománytörténetének része, megalapozta a magyar természettudományok külföldi megbecsülését azzal, hogy világhírű tudósokat nevelt. Célunk továbbra is az, hogy diákjaink figyelmét a problémamegoldó gondolkodás felé irányítsuk, rendszeres munkájuk révén felkészüljenek arra, hogy gondolataikat pontosan tudják leírni, és nem utolsósorban a feladatmegoldás intellektuális örömét szeretnénk nyújtani. Megelégedéssel töltene el mindnyájunkat, ha a hagyományokhoz híven tudnánk tovább működtetni lapunkat, ehhez javaslatot, segítséget szívesen fogadunk.

Bollobást idézve zárjuk Lapunk tehetséggondozást segítő küldetésének bemutatását: ,”Az emberiség háborúi során soha nem tartoztak köszönettel ily sokan ilyen keveseknek'' - mondta Churchill a Királyi Légierőről. Hasonló elismerést érdemel a Középiskolai Matematikai Lapok. Soha a matematika történetében nem köszönhettek ilyen sokan, ilyen sokat, ilyen kis folyóiratnak.”

Felhasznált irodalom:
(Bizonyos hivatkozások a források szerkesztéséből szedetők ki ha nem generálná a fordítóprogram)

1. A budapesti Ág. Hitv. Evang. Főgimnázium értesítője az 1925/26. iskolai évről, közzéteszi: Dr. Hittrich Ödön igazgató, Budapest, 1926.,

2. D. J. Albers and G. L. Alexanderson, Mathematical People, Birkhauser, Boston (1985). Interview with P. Erdős, 81-91; interview with P. Halmos, 120-132; interview with G. Pólya, 246-253.
3. J. Bolyai, Appendix: The theory of space, Introduction by F. Kárteszi; supplement by B. Szénássy, Akadémiai Kiadó, Budapest (1987).
4. Császár, Á: *A polyhedron without diagonals*, ActaSci Math. 13 (1949-50), pp 140 – 142
5. Csikszentmihályi, M. and Robinson, R. E., Culture, time, and the development of talent in Conceptions of Giftedness (R. J. Sternberg and J. E. Davidson, eds., Cambridge University Press, Cambridge (1986)
6. Dobos Krisztina, Gazda István és Kovács László, A fasori csoda, Országos Pedagógiai Könyvtár és Múzeum, Budapest, 2002.
7. Fleiner Tamás, *Kürschák Verseny* in: ÁcsKatalin, KosztolányiJózsef, Lajos Józsefné, Csordás Mihály, Nagy Tibor (editors): Cserepek a magyarországi matematikai tehetséggondozó műhelyekből. Bolyai János Matematikai Társulat, Budapest, 2010; p. 28–32
8. Gardner, M., Mathematical Games. On the remarkable Császár polyhedron and its applications in problem solving, Scientific American 232, 5 (1975), 102-107.
9. Hersh, Reuben John-Steiner, Vera A Visit to Hungarian Mathematics The Mathematical Intelligencer Volume 15, (2), 1993, pp. 13 – 26
10. Hayden, Erika Check: Root of maths genius sought *Nature* 502, 2013. 602-603
11. Hewitt, J. K. Editorialpolicy on candidate gene association and candidate gene-by-environment interaction studies of complex traits. *Behav. Genet.* 42, 1–2 (2012)
12. Hungarian Problem Book IV, Robert Barrington Leigh, Andy Liu (editors)
13. Hadamard, Jacques: The Mathematician's Mind: The Psychology of Invention in the Mathematical Field (Princeton, 1996)
14. Középiskolai Matematikai Lapok (1984), Nos. 8, 9, 10.
15. Kovács, László: Teacher László Rátz in Némethné Pap Kornélia Rátz László tanár úr STUDIA PHYSICA SAVARIENSIA XIII , 68-73
16. Kovács, László: Neumann János és magyar tanárai, Természet Világa 2003. III. különszám, 36-42, 2003
17. Kovács, László: László Rátz and John von Neumann, Faculty of Education, University of Manitoba, Winnipeg, Ca, 2003. ISBN 09695481 5x
18. G.W.von Leibniz: MathematischeSchriften, Gerhardt, VII. 9.
19. László, Mérő: Habits of Mind: The Power and Limits of Rational Thought (February 2002)
20. Nagy Gyula: Tudományok katalizátora, a KöMaL. (in Hungarian): Magyar Tudomány, 2003/11, p. 1455. (http://www.matud.iif.hu/03nov/016.html)
21. Nagy Gyula, *KöMaL* in: Ács Katalin, Kosztolányi József, Lajos Józsefné, Csordás Mihály, Nagy Tibor (editors): Cserepek a magyarországi matematikai tehetséggondozó műhelyekből. Bolyai János Matematikai Társulat, Budapest, 2010; p. 158–165.
22. Némethné Pap Kornélia: Rátz László tanár úr. Studia Physica Savariensia, XIII. (Berzsenyi Dániel Főiskola Fizikai Tanszéke, Szombathely, 2006)
23. Pelikán József, Lovász László: Ketten a "Fazekas" első matematika tagozatos osztályából Középiskolai Matematikai Lapok, 1993. December
24. Péter Rózsa: 200 years of teaching mathematics at the Technical University of Budapest. Internat. J. Math. Ed. Sci.Tech. 25 (6) (1994), 805-809.
25. György Pólya: How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. Princeton University Press, 1945.
26. Radnai Gyula: AZ EÖTVÖS VERSENY CENTENÁRIUMÁN Tények, képek, gondolatok, Fizikai Szemle 1994/11. 421.o.
27. Staar Gyula: A megélt matematika – Beszélgetések, Bp., Gondolat Kiadó, 1990
28. Surányi János: A 100-adik Kürschák József Matematikai Tanulóverseny. Matematika Oktatási Portál, 2004. http://matek.fazekas.hu/portal/feladatbank/adatbazis/Kurschak_Jozsef_verseny.html
29. Szabó P. G.: Neumann János életútja és munkássága, Pi-Matematikai folyóirat, Miskolci Egyetem I/II (2002/2003) pp. 1-13.
30. Tettamanti E., The Teaching of Mathematics in Hungary. National Institute of Education, Budapest (1988).
31. Turán, P., The Fiftieth Anniversary of Pál Erdős, MatematikaiLapok 14 (1963, 1-28 (Hungarian). English trans. Pp. 1493-1516 of [73].

32. Turner, J. C., Meyer, D. K., Cox, K. E., Logan, C., DiCintio, M., Thomas, C. T. (1998): Creating contexts for involvement in mathematics, Journal of Educational Psychology, Vol. 90, 730–745
33. A. A. Wieschenberg, The Birth of the Eötvös Competition, The College Mathematics Journal 21, 4 (1990), 286-293.
34. http://db.komal.hu/scan/
35. http://mek.oszk.hu/05900/05922/html/gmeotvosl0003.html
36. http://www.komal.hu/verseny/verseny.e.shtml
37. http://www.komal.hu/lap/archivum.e.shtml